

1 はじめに

近年、IT社会の本格的な到来に伴い、デジタル通信における信頼性確保の手段として、符号理論の研究と産業界への応用の要請が高まっている。

本論文が対象としている高次元トラスパリティ符号は、水平垂直パリティ符号を次元拡張したトラス(超立体)構造をしており、構造はシンプルであるが、高い性能を持つ誤り訂正符号である。また、本符号は、バースト誤りを、符号内で分散してランダム化する、独自のインターリーブ機構も備えており、バースト誤りにも、ランダム誤りにも対処できるという大きな特徴を有している。

本論文では、本符号の新しい復号アルゴリズム(DDS復号法)について述べる。この復号法は、従来提案されていた多数決論理復号の考え方を押し進め、さらなる性能向上を図ったものである。

また、復号アルゴリズムの評価に当たっては、従来まで当研究室で行われてきた性能評価法に加えて、BPSK(binary phase-shift keying)変調、AWGN(additive white gaussian noise)通信路という通信路モデルにおける性能評価についても検討を行う。

2 高次元トラスパリティ符号の構造

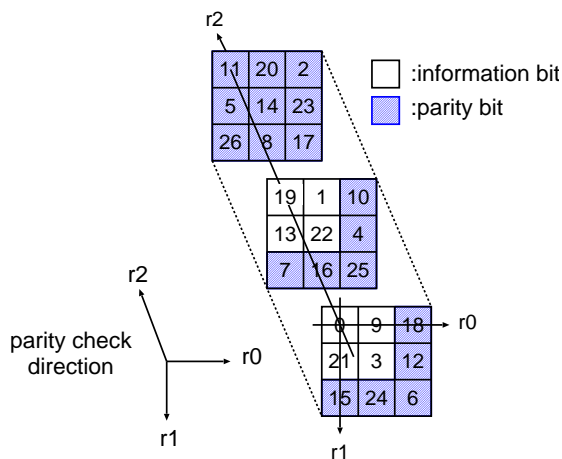


図1: 3Dm3符号の構造と伝送順序

高次元トラスパリティ符号は、符号長 m の水平垂直パリティ符号を次元拡張して得られるブロック符号である。一辺のサイズ m が a の n 次元トラスパリティ符号を、 $nDma$ 符号と略記する。

一般に、符号長 m^n の n 次元トラスパリティ符号は、符号長 m^{n-1} の $n-1$ 次元トラスパリティ符号を拡張したものである。具体的には、 $n-1$ 次元トラスパリティ符号が持つ検査線方向 r_0, r_1, \dots, r_{n-2} に、 r_{n-1} という新たな方向の検査線を追加し、この方向に $n-1$ 次元トラスパリティ符号を計 m 枚交錯することで構成される。

交錯する理由は、バースト誤りをランダム化すべく、インターリーブ(interleaving)を行うためである。

例えば、符号長 m^3 の3次元トラスパリティ符号は、2次元トラスパリティ符号に対し、新たな方向(r_2 方向)に検査線を追加し、この方向に2次元トラスパリティ符号を計 m 枚交錯することで構成される。図1は、3Dm3符号の構造と、伝送順序を示したものである。

なお、 n 次元トラスパリティ符号の最小距離 d_{\min} は、

$$d_{\min} = 2^n \quad (1)$$

で、また、符号化率 R は、一辺のサイズを m とすると、次式で与えられる。

$$R = (m-1)^n / m^n = (1-1/m)^n \quad (2)$$

3 新開発復号アルゴリズム(DDS復号法)

DDS復号法は、誤りを検出したパリティ検査線が、符号内の各ビットを何本貫いているかを数値化し、その数値が最大のビットを反転して訂正を行うものである。各パリティ検査線は、単一パリティ検査符号に相当するため、検査線上に、奇数個の誤りが発生した時のみ誤りを検出できる。

高次元トラスパリティ符号において、もし、あるビットが誤っていると仮定すると、そのビットを貫くパリティ検査線の多くで誤りを検出するはずである。参考文献[2]において提案された多数決論理復号は、このような考え方に基いており、誤りと判定した検査線の本数が、あらかじめ定めておいた閾値以上の場合に、そのビットを反転するというものであった。

DDS復号法もこれと類似した考え方であるが、より確実な判定を行うため、次のような方法で訂正を行う。

1. 各ビットを貫く検査線のうち、誤りを検出した本数 e を、符号内の全てのビットについて調べる
2. 符号内の e の最大値 e_{\max} を求める
3. (a) $e_{\max} = 0$ のとき: 5.へ
(b) $e_{\max} \neq 0$ のとき: e_{\max} 本の検査線で「誤り」と判定されたビットを反転する
4. 決められた任意の回数(復号繰り返し回数)だけ1.~3.を繰り返す
5. 訂正完了

このように、DDS復号法においては、符号内の誤りの状態に応じて、その時点で考えられる最大の閾値を設定する方法である。そのため、多数決論理復号に比べ、一回の復号で反転するビットは、より厳選されることになるが、その分、誤訂正の可能性を下げるができる。

4 DDS 復号法の 4D 符号を用いた性能評価

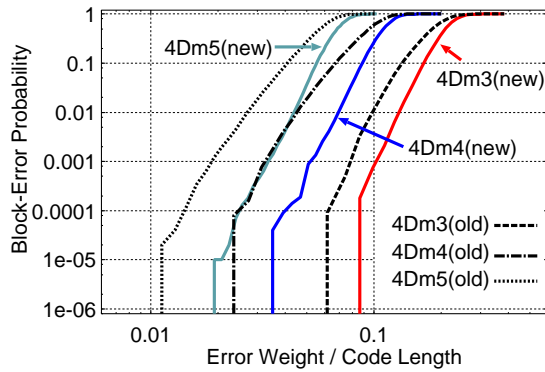


図 2: 4次元トラスパリティ符号の基本性能

図 2 は、4次元トラスパリティ符号の、1ブロック内の誤り個数に対する、訂正不能率の計算機シミュレーション結果である。シミュレーションのサンプル数は 10^6 ブロックとした。なお、横軸は (1 ブロック内の誤りビット数) / (符号長) を、縦軸はブロック訂正不能率を示している。また、(new) は DDS 復号法 (復号繰り返し回数は 7) を、(old) は参考文献 [1] の 2次元面分解による幾何学的な復号法 (旧復号法) を用いた場合の結果をそれぞれ表す。

図 2 から明らかなように、DDS 復号法は、旧復号法を超える性能を有している。例えば、同じ符号において比較すると、急激に訂正不能率が減少する誤り率が、DDS 復号法の方が高い。これは、より高い誤り率まで、完全に訂正ができることを意味している。さらに、同じ誤り率で比較すると、DDS 復号法のブロック訂正不能率は、旧復号法と比較して極めて低い。

5 AWGN 通信路における 性能評価

符号の性能を測定する一つの指標として、符号化利得 (coding gain) がある。符号化利得は、期待される復号後誤り率を達成する場合、符号化無しの場合と比べて、どの程度電力を低減できるかを示すものである。ここでは、高次元トラスパリティ符号の、AWGN 通信路における符号化利得の見積もりを行う。なお、AWGN 通信路における誤り率 P_e は、

$$P_e = Q(\sqrt{2E_b/N_0}) \quad (3)$$

で与えられる。ただし、

$$Q(u) = \int_u^\infty 1/\sqrt{2\pi} \exp(-z^2/2) dz \quad (4)$$

今回は、計算機シミュレーションにより、AWGN 通信路における性能評価を行った。

表 1 に、本実験のシミュレーション条件を、図 3 に、シミュレーション結果を示す。横軸は、 E_b/N_0 [dB] を、縦軸には、復号後のビット誤り率 (BER) をとっている。Uncoded BER は、符号化されていない場合の誤り率を、また、3Dm5、4Dm6、

5Dm8 は、それぞれの符号を用いて符号化を行った場合の復号後誤り率を示したものである。4Dm6、5Dm6 符号共に、復号後誤り率 10^{-5} を達成する場合の符号化利得は、およそ、3.4dB という結果が得られた。これは、拘束長 7 の畳込み符号 (符号化率 $R = 1/2$) と比較しても、遜色ない結果である。

表 1: シミュレーション条件

符号	3Dm5 ($R = 0.51$), 4Dm6 ($R = 0.48$), 5Dm8 ($R = 0.51$)
復号法	DDS 復号法 (10 回繰り返し復号)
送信 ビット数	1,000 万ビット (10^7 ビット)
変調方式	BPSK
通信路	AWGN (E_b/N_0 に応じて雑音付加)

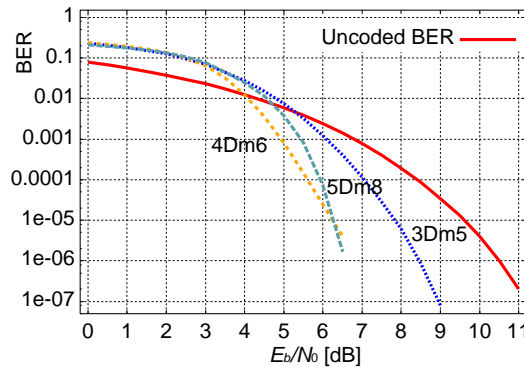


図 3: 高次元トラスパリティ符号の性能曲線

6 まとめ

本論文で示した、新開発復号アルゴリズム (DDS 復号法) は、多数決論理復号法を改良し、一回の復号動作での誤訂正を抑え、復号動作の繰り返しを行うことにより、より残留誤りを減少させることに成功した。また、従来法と比べて、復号後の訂正不能率の大幅な減少を図った。

次に、性能評価に当たっては、従来、当研究室で行われていた、復号前誤り率と復号後誤り率との関係に加えて、BPSK 変調、AWGN 通信路という通信モデルを仮定した性能評価についても新たに行った。

今後の課題としては、本符号用の軟判定復号法を研究・開発することがあげられるが、その際も、本論文で示した性能評価法を直接適用できるため、本研究により、軟判定復号法の開発に向けての第一歩を踏み出したといえる。

参考文献

- [1] 黒田 慎一, 山口 栄作, 内匠 逸, 畑 雅恭, “高次元超立体的符号の幾何学的な復号法と訂正限界 — 高誤り率 $10^{-1} \sim 10^{-2}$ における訂正能力 —”, 信学論 (A), vol. J80-A, no.12, pp.2145-2154, Dec. 1997.
- [2] 畑 雅恭, 山口 栄作, 内匠 逸, “平均誤り率に準拠した確率訂正符号 — 高次元離散トラス結び目符号の設計 —”, 第 21 回情報理論とその応用シンポジウム, 予稿集 第 1 分冊, pp.169-172, (1998.12).