平成 12 年度卒業研究		
入学年度　平成 9 年度	学籍番号　09117949	氏名　　林 祐一
論文題目　2 元量子信号に対する符号長 n の通信路容量の導出法の検討		中野研究室

1　はじめに

量子情報理論において，相互情報量の「超加法性」の存在を明白に表す「符号長 n の通信路容量 C_n」の導出は重要な問題の 1 つであり，これまでに 2 元純粋状態信号の C_1の解析解や C_2の数値解などが得られている．そこで本研究では，2 元純粋状態における C_3の導出を目的とする．その前段階として，非線形符号に関する相互情報量の特性について調べる．さらに非線形符号に対して適当な量子測定過程について考察する．

2　量子通信路容量

量子情報理論では，情報源の古典情報 $\{x_i\}$ を信号量子状態 $|\psi_i\rangle$ に変換し，量子伝送通信路を用いて伝送する．受信側では，送られてきた信号量子状態 $|\psi_i\rangle$ に対し量子測定通信路 (決定作用素 $\hat{\Pi}_j$) で決定を行い，再び古典情報 $\{y_j\}$ として出力する (図 1).

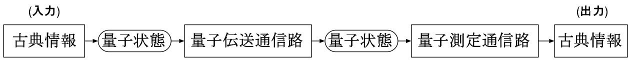

図 1: 量子情報理論における通信路モデル

古典情報 x_i を送信して y_j が受信される条件付確率は，

$$P(j|i) = \mathrm{Tr}|\psi_i\rangle\langle\psi_i|\hat{\Pi}_j \tag{1}$$

と表される．式 (1) より，量子通信路の相互情報量 $I_1(X;Y)$，及びその最大値である符号長 1 の通信路容量 C_1は ξ_i を x_i の先験確率として以下のように定義される．

$$I_1(X;Y) = \sum_i \xi_i \sum_j P(j|i) \log_2 \left(\frac{P(j|i)}{\sum_k \xi_k P(j|k)} \right) \tag{2}$$

$$C_1 \equiv \max_{\{\xi_i\}} \max_{\{\hat{\Pi}_j\}} I_1(X;Y) \tag{3}$$

3　量子通信路容量の超加法性

2 元純粋状態信号において n 次拡大をしたとき，拡大次ごとに符号長 n の通信路容量として C_nが定義でき，量子通信路容量の超加法性は式 (4) で表される．

$$C_n + C_m \leq C_{n+m} \tag{4}$$

ただし，実際に符号長 n の通信路容量を求めるのは困難であるため，超加法性の存在を確かめるためには，C_n より常に小さい相互情報量 $I_n(X;Y)$ を求め，式 (5) を満たすかを調べる．

$$C_1 < \frac{I_n(X;Y)}{n} \leq \frac{C_n}{n} \tag{5}$$

4　非線形符号による相互情報量の特性

情報量最大化の研究において，信号の張る空間の近似的次元と情報量最大を与える信号数の関連が議論されている．そこで本研究では，最大相互情報量が非線形符号によって達成される可能性があるかを調べるため，符号語の生起確率を等確率としたときの符号長 3,4 および 5 の線形符号と非線形符号の超加法性の達成度の比較を行なった．なお，ここでの測定過程は代表的な量子一括測定として知られている Square-root measurement(srm) に固定している．符号長 5 の比較の結果を図 2に示す．ただしここで用いた非線形符号 (1)-(3) は線形符号である (5,4) 単一パリティ符号を元に表 1のように生成した符号である．

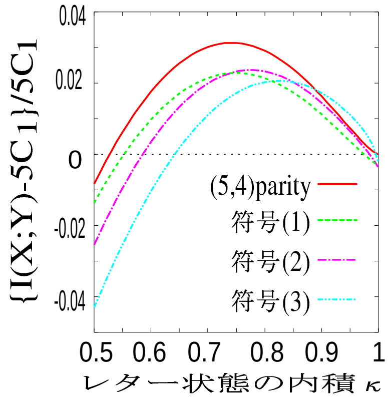

図 2: (5,4) パリティ符号と符号長 5 の非線形符号の超加法性の達成度の比較

表 1: 符号長 5 の非線形符号の生成

符号名	生成方法
符号 (1)	符号語を 1 つ加えた符号
符号 (2)	符号語を 1 つ除いた符号
符号 (3)	符号語を 2 つ除いた符号

図 2から符号 (3) が (5,4) 単一パリティ符号よりも大きな超加法性を示す場合があることがわかる．このことは，非線形符号によって最大相互情報量を実現する可能性があることを示唆している．しかし符号長 4 の場合，非線形符号による超加法性の達成度は小さく，符号長 3 の場合は非線形符号による超加法性は達成されなかった [1, 2]．これは非線形符号に対する srm の有効性に原因があるのではないかと考えることができる．そこで次に，非線形符号に対して適当な測定過程を検討するため，

$$\hat{\Pi}_j = \hat{U}(\boldsymbol{\Delta}\theta)\hat{\Pi}_j^{(\mathrm{srm})}\hat{U}(\boldsymbol{\Delta}\theta)^\dagger \tag{6}$$

という決定作用素による相互情報量を数値計算をした．式 (6) は，srm に微小回転を施すことを意味している．式 (6) による相互情報量と srm での相互情報量を比較すると，多くの場合 srm よりも大きな情報量を示した．このことから，非線形符号に対しては srm は必ずしも良い測定過程であると言えず，srm 以外の測定過程を適用しなければならないことが分かった．更に別の考察から，生起確率一様の下で最大相互情報量と考えられる値を導出した．したがって，次に生起確率を変える場合について検討しなければならない．

5　まとめ

2 元信号での非線形符号による超加法性の達成度から，非線形符号によって導出されるかを考察した．さらに非線形符号に対する適当な測定過程を検討するために非線形符号と srm の相性について考察した．本研究の結果から，符号語の生起確率を変えることから C_3を導出することが今後の課題であり，現在その研究を進めている．

参考文献

[1] 林, 宇佐見, 臼田, 内匠, “非線形符号による相互情報量の特性”, 平成 12 年度電気関係学会東海支部連合大会, p.220, 439, 2000.

[2] 林, 宇佐見, 臼田, 内匠, “非線形符号による量子通信路容量の超加法性”, SITA2000, pp.367-370, 2000.