平成 11 年度卒業研究		
入学年度　平成 8 年度	学籍番号　08117923	氏名　　川田 敦史
論文題目　鎖符号の多数決論理復号に関する研究		中野研究室

1　はじめに

鎖符号は，劣悪な通信環境 (平均誤り率 10^{-2}〜10^{-1}) においても誤りを増加させずに訂正する能力をもっている．しかしながら鎖符号の復号では，高次元の鎖符号を一旦 2 次元鎖符号に分解し 2 次元鎖符号毎に単一誤りを訂正した後，もとの高次元鎖符号に再構成するという複雑な処理を行っていた．そこで本研究では，この問題を解決するため，鎖符号の新しい復号法として「多数決論理復号」を提案し，その特徴を検証する．さらに，これまでシミュレーションで判断していた誤り訂正不能問題の理論的な解析を試みる．

2　鎖符号

水平–垂直パリティ符号に相当する 2 次元鎖符号をもとに，順次次元拡張することによって，より高い次元の鎖符号を段階的に構成することができる．符号長 m^2 の 2 次元鎖符号を正方形配列した時の一辺のビット数を「サイズ」と呼び，m で表す．また，次元を n で表し，n 次元サイズ m の鎖符号を $n\mathrm{D}m m$ で表す．例えば 3 次元サイズ 5 の鎖符号は，3Dm5 となる．

3　多数決論理復号

3.1　概要と特徴

n 次元鎖符号の各ビットは，$r_0, r_1, \cdots, r_{n-1}$ 方向の計 n 本のパリティ検査線でチェックされている．よって，もしあるビットが誤っていれば，そのビットを貫く n 本の検査線の大多数で誤りと判定されるはずである．この検査線の多数決論理によって，誤り検出と訂正を行うのが多数決論理復号である．多数決論理復号では，n 本中 i 本以上が誤りと判定した場合に，そのビットを訂正するものとする．今後この i を閾値と呼ぶことにする．

鎖符号では，訂正処理後も各軸のパリティチェック機能は生きており，残留誤りの状態も把握できる．よって訂正動作を繰返すことで，誤りはより改善される．この時，閾値は固定するよりも訂正動作ごとに変動させた方が，よりよい訂正が行われることが判明した．

3.2　従来法との比較

図 1は従来法と多数決論理復号を比較したものである．比較結果を見ると，ビット誤り率が 0.024 以下では多数決論理復号の方が，わずかながら良い特性を示している．しかしながら，ビット誤り率が 0.094 以上のところでは多数決論理復号を使用すると誤りが訂正処理によって若干増加してしまっている．このように従来法と多数決論理復号では，その特性にわずかな違いはあるものの訂正能力という点では大差がなく，十分に有用な復号法であることがわかる．

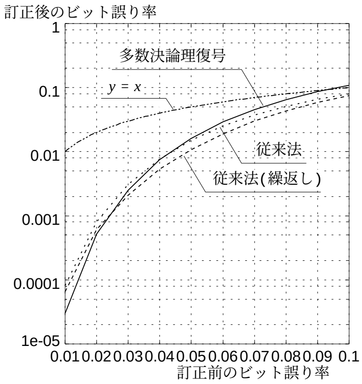

図 1: 従来法との比較 (ビット誤り率)

4　鎖符号の訂正限界

鎖符号には何度訂正処理を行なってもブロック中の誤りビットが 0 にならない，いわゆる訂正不能な誤りパターンが存在する．この鎖符号の訂正限界は，これまでシミュレーションで判断していたが，本研究でその理論的な解析を試みる．

n 次元鎖符号は，最小距離条件により誤りビットが 1 ブロックあたり $2^{n-1}-1$ 個までならば完全訂正することができる．そこでまず誤りが 2^{n-1}個の時の訂正不能確率 $A(m,n)$ を求めると次式のようになる．

$$A(m,n) = \frac{\left({}_{2^n}C_{2^{n-1}} - 2\,{}_nC_{n-1}\right) \cdot \frac{m^n (m-1)^n}{2^n}}{{}_{m^n}C_{2^{n-1}}} \qquad (1)$$

また，訂正可能確率は，$\overline{A(m,n)} = 1 - A(m,n)$ となる．

次にこれらを用いて，誤りビットが k 個 ($2^{n-1} \leq k \leq m^n$) の場合について，ビット誤り率とブロック誤り率，2 つの側面から鎖符号の訂正限界を求める．訂正前のビット誤り率を p とすると，訂正後のビット誤り率は，次式のようになる．

$$\sum_{k=2^{n-1}}^{m^n} {}_{m^n}C_k\, p^k (1-p)^{m^n-k} \times k \cdot {}_{k-1}C_{2^{n-1}-1} A(m,n)/m^n \qquad (2)$$

また鎖符号の任意の 1 ブロックが訂正不能である確率は，

$$\sum_{k=2^{n-1}}^{m^n} {}_{m^n}C_k\, p^k (1-p)^{m^n-k} \times \left(1 - \left\{\overline{A(m,n)}\right\}^{{}_kC_{2^{n-1}}}\right) \qquad (3)$$

となる．

5　まとめ

本論文では，鎖符号の新たな復号法として「多数決論理復号」を提案し，その特徴について調べた．さらに従来法との比較も行い，多数決論理復号の有用性を示した．また鎖符号の訂正限界に対して理論的な解析を試みた．今後，多数決論理復号の特性，訂正限界の理論式についてより詳細な検討が必要である．